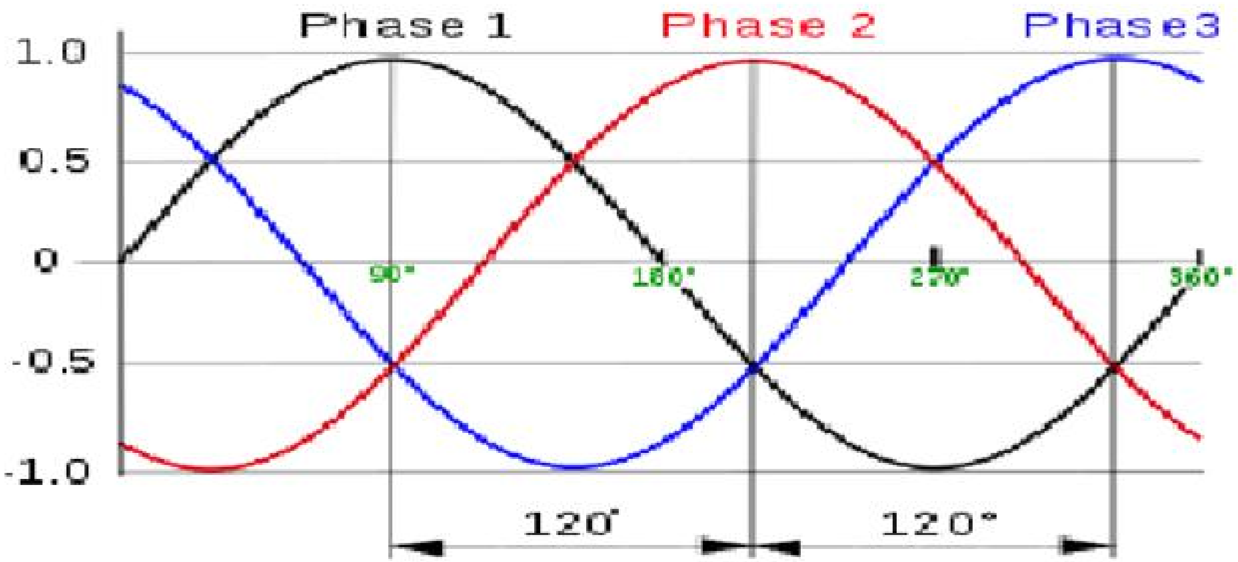
Eletrotécnica Geral

Sistemas Trifásicos

UFMG

Eletrotécnica

Módulo II Sistemas Trifásicos



UFMG

Sistemas Trifásicos

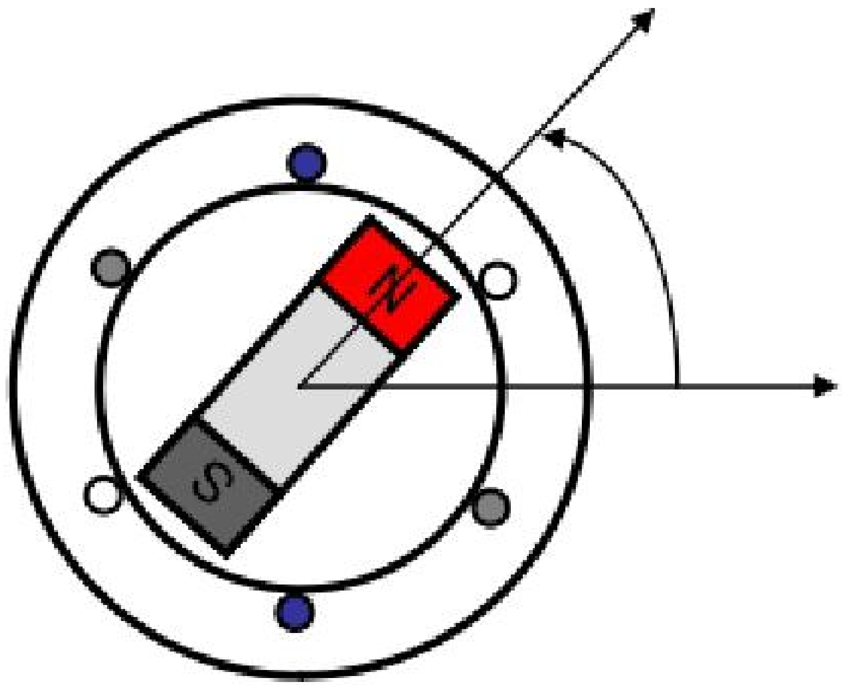
- O que são circuitos trifásicos

  Circuitos consistindo de: fonte trifásica, carga trifásica e linha de transmissão trifásica: As fontes operam com a mesma frequência e defasagem angular entre si

- Porque utilizamos circuitos trifásicos?
  - Motores elétricos trifásicos têm desempenho melhor que monofásicos

    Geração em c.a. apresenta vantagens importantes sobre o sistema c.c.
  - Utilização de um número maior de fases eleva significativamente o custo das instalações, sem agregar benefício importante

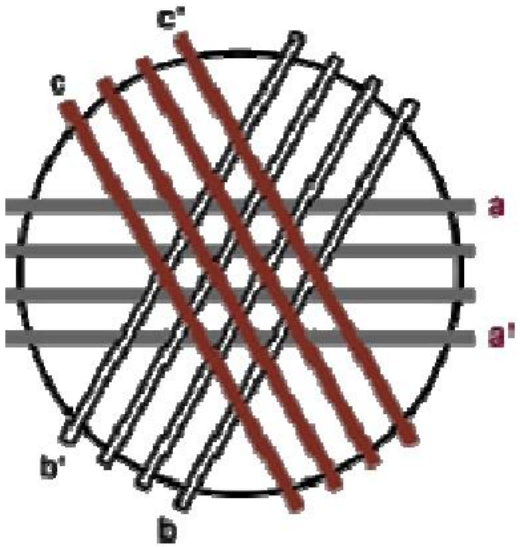
Máquina Trifásica

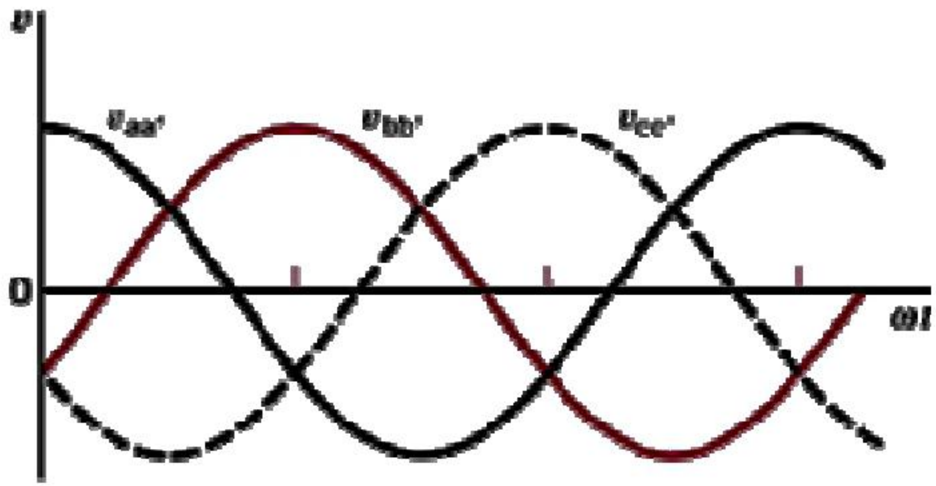


um defasamento espacial produz um defasamento temporal

Tensões Trifásicas

Um gerador c.a. elementar consiste de um ímã que gira a uma dada frequência e um conjunto com 3 bobinas defasadas de 120º, uma em relação à outra.





Tensões Trifásicas

A tensão induzida em cada bobina é defasada em relação às demais, uma vez que o campo magnético girante corta cada bobina com uma diferença de tempo em relação às outras.

$$v_{aa'} = V_m.\cos(\omega t)$$

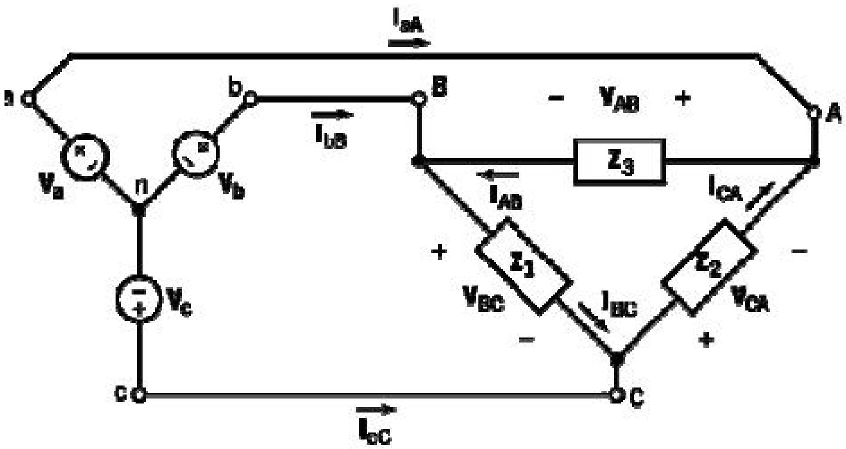
$$v_{bb'} = V_m.\cos(\omega t - 120°)$$

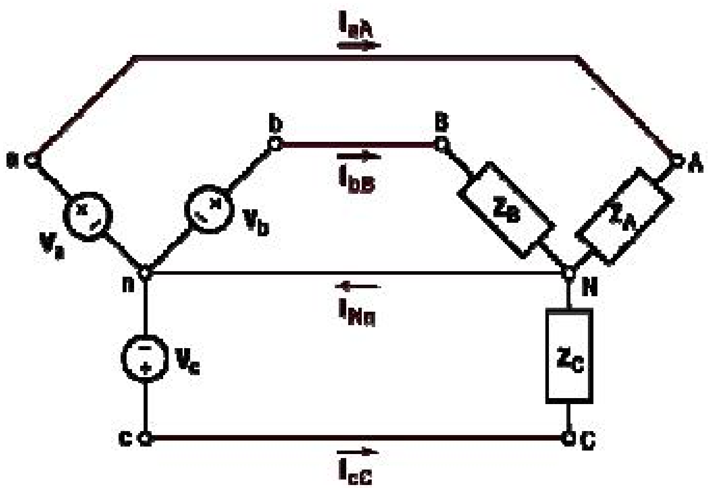
$$v_{cc'} = V_m.\cos(\omega t - 240°)$$

Circuitos Trifásicos

Quais são as formas básicas de conexão das cargas e fontes trifásicas?

- Δ (Delta)
- Y (Estrela ou ípsilon)





Circuitos Trifásicos – Convenção para os Fasores

Na análise de circuitos trifásicos deseja-se conhecer as potências envolvidas Utiliza-se uma convenção para as grandezas fasoriais baseada no valor eficaz (rms) ao invés dos valores de pico.

QUANTITY	RELATIONSHIP USING PEAK VALUES	RELATIONSHIP USING rms VALUES
Element voltage, $v(t)$	$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_V)$	$v(t) = V_{rms}\sqrt{2}\cos(\omega t + \theta_V)$
Element current, $i(t)$	$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_I)$	$i(t) = I_{rms}\sqrt{2}\cos(\omega t + \theta_I)$
Complex power, $\mathbf{S}$	$\mathbf{S} = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I) + j\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_V - \theta_I)$	$\mathbf{S} = V_{rms} I_{rms}\cos(\theta_V - \theta_I) + j V_{rms} I_{rms}\sin(\theta_V - \theta_I)$
Apparent power, $\lvert\mathbf{S}\rvert$	$\lvert\mathbf{S}\rvert = \frac{V_m I_m}{2}$	$\lvert\mathbf{S}\rvert = V_{rms} I_{rms}$
Average power, P	$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_V - \theta_I)$	$P = V_{rms} I_{rms}\cos(\theta_V - \theta_I)$
Reactive power, Q	$Q = \frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_V - \theta_I)$	$Q = V_{rms} I_{rms}\sin(\theta_V - \theta_I)$

Circuitos Trifásicos

Cada parte similar do circuito trifásico é denominada fase (a, b, c; r, s, t; u, v, w)

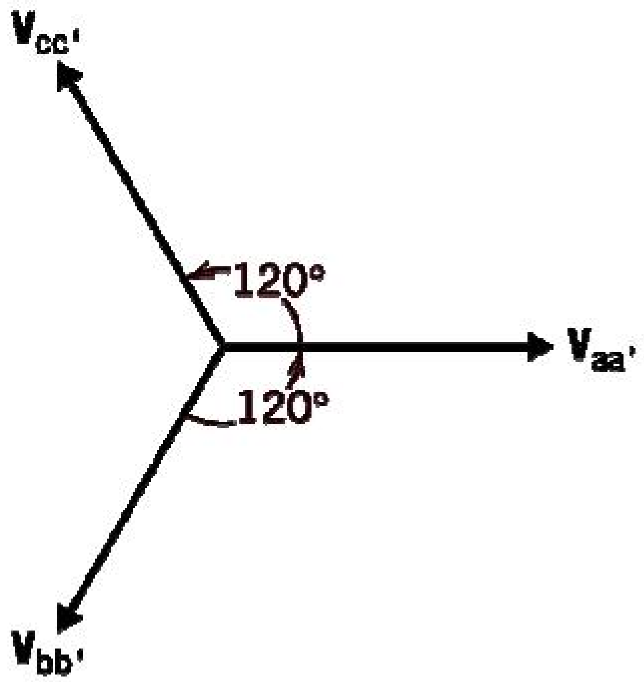
Uma vez que a tensão na fase "a" atinge o valor máximo primeiro, seguida da fase "b" e "c" , dizemos que a sequência de fase é abc.

Esta é apenas uma convenção. Qualquer gerador pode gerar tensões com a seqüência invertida!

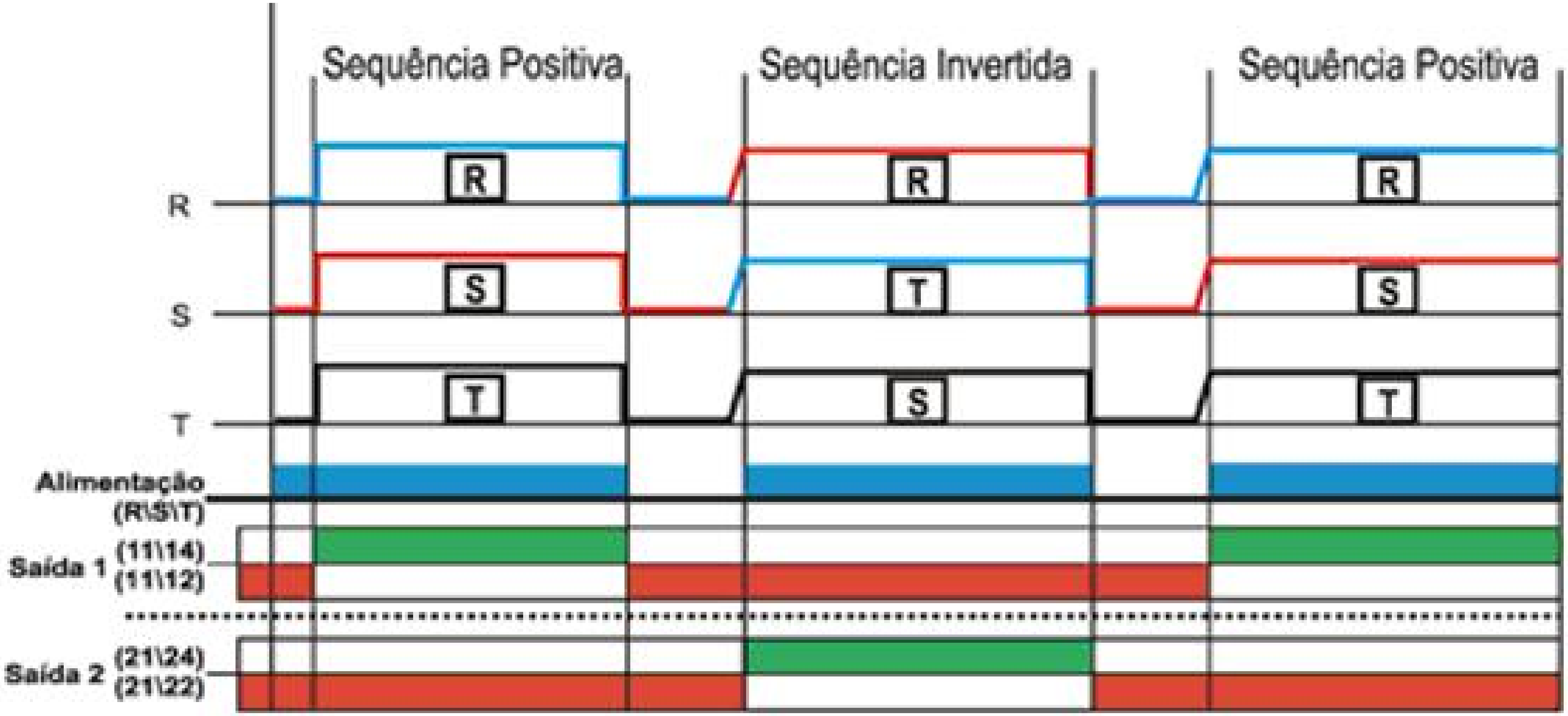
$$\overset{\circ}{V}_{aa'} = V_m \cdot e^{j0}$$

$$\overset{\circ}{V}_{bb'} = V_m \cdot e^{-j120}$$

$$\overset{\circ}{V}_{cc'} = V_m \cdot e^{j120}$$



Mudança na Sequencia de fase

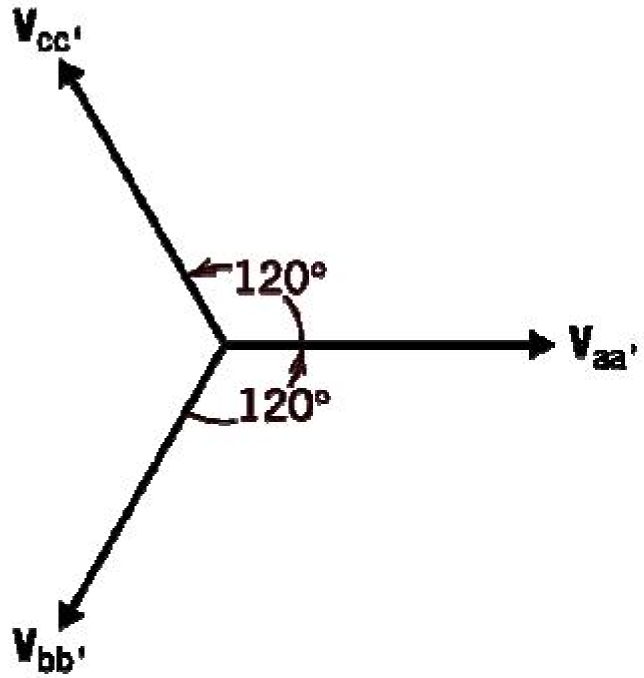


Sequência Positiva - Saída 1

Sequência Invertida - Saída 2

Circuitos Trifásicos

Dizemos que as tensões são balanceadas quando possuem mesma amplitude e deslocamento angular entre si de 120º.



A partir da figura, pode-se verificar

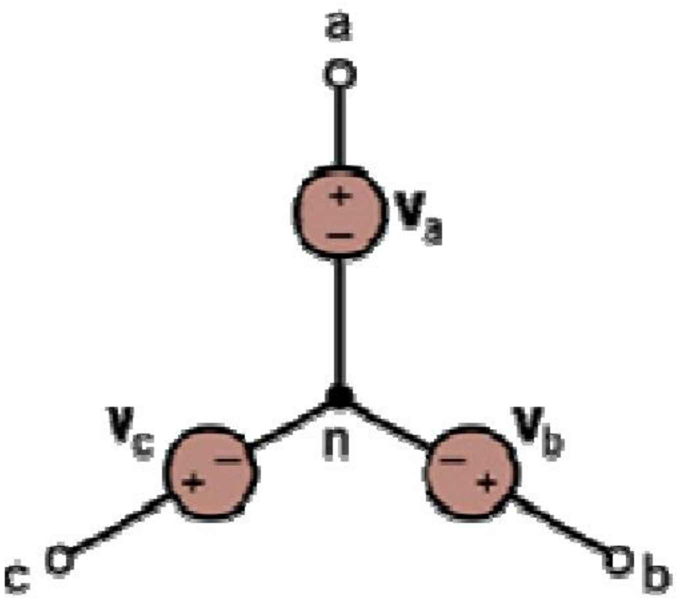
$$V_{aa'} + V_{bb'} + V_{cc'} = 0$$

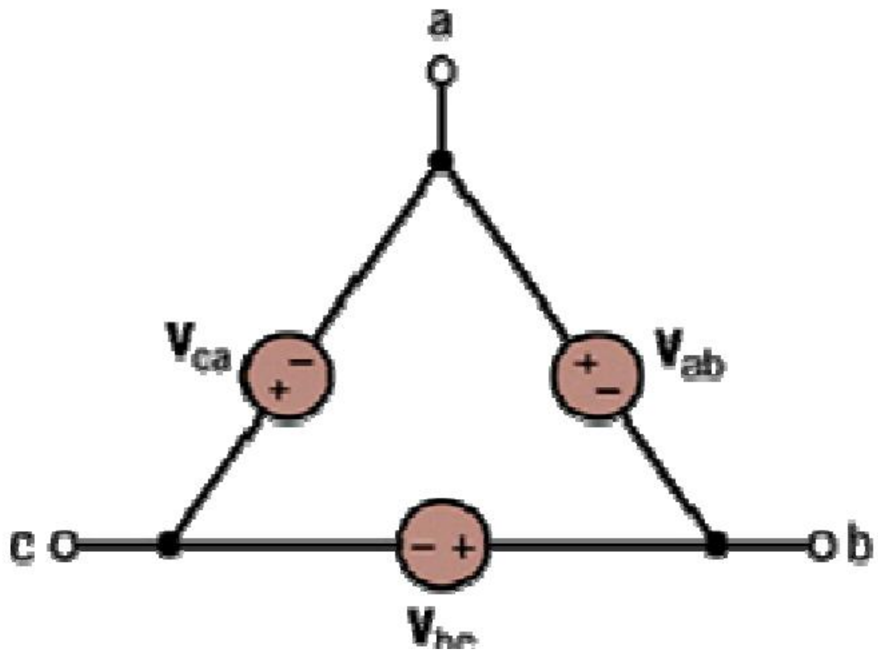
Para simplificar a escrita, utiliza-se:

$V_a = V_{aa'}$ $\quad V_b = V_{bb'}$ $\quad V_c = V_{cc'}$

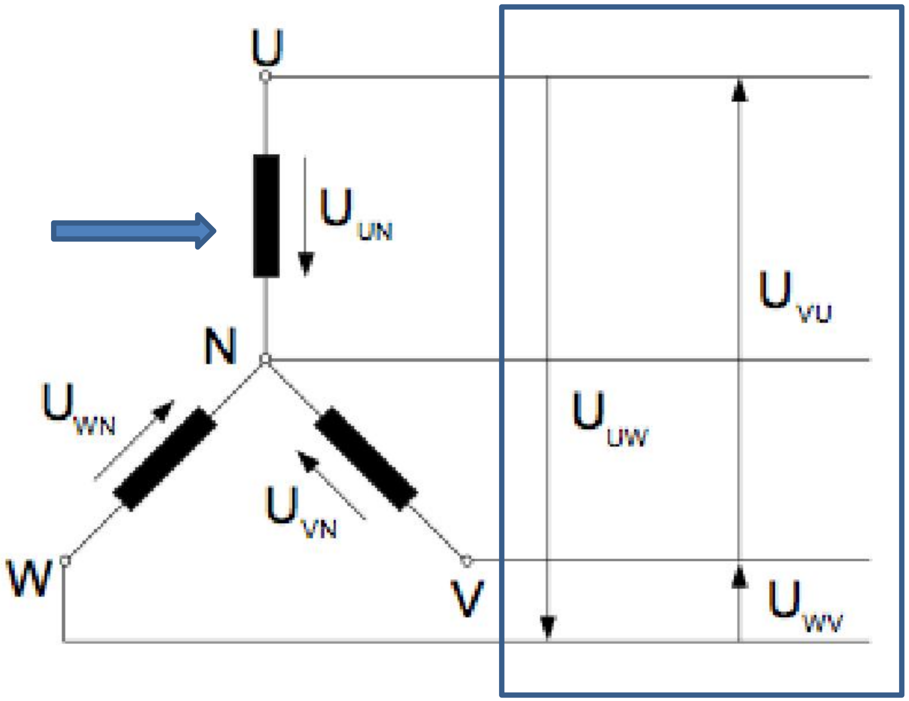
Circuitos Trifásicos

Considerando o gerador elementar mostrado anteriormente, há duas maneiras de se interconectar suas fases: Y ou D:





tensões de linha e de fase



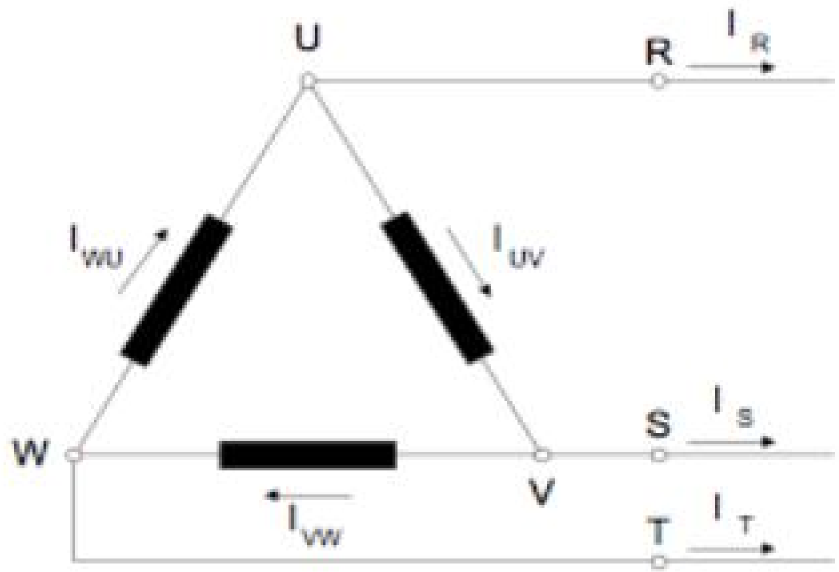
Tensão de fase:
U_{UN}, U_{VN}, U_{WN}

Tensão de linha:
U_{UW}, U_{WV}, U_{VU}

Tensões em um circuito em estrela.

Correntes de linha e fase iguais

correntes de linha e de fase



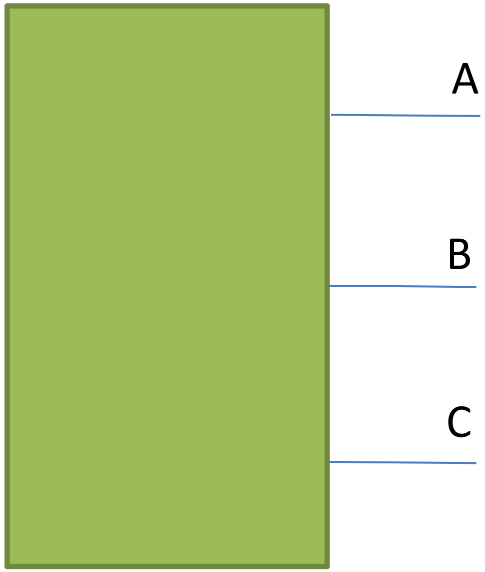
Corrente de fase:
I_{UV}, I_{VW}, I_{WU}

Corrente de linha:
I_R, I_S, I_T

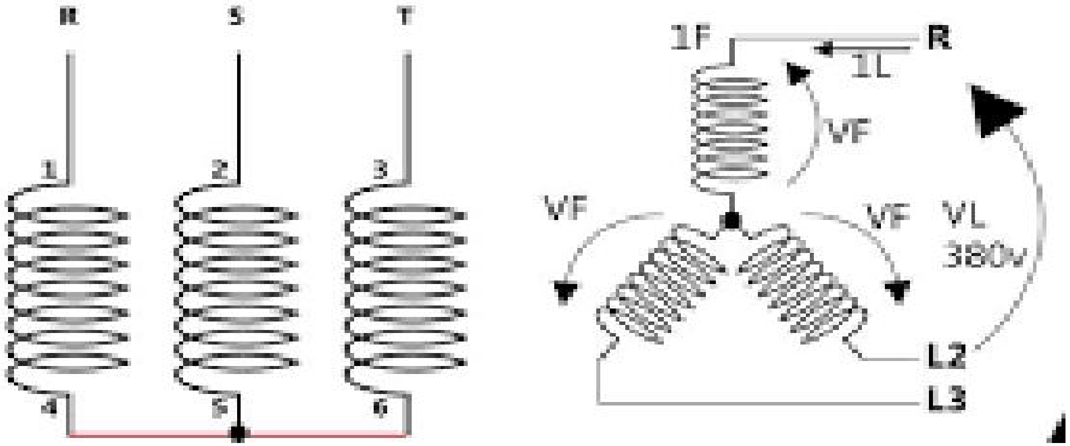
Correntes em um círculo em triângulo.

Tensões de linha e fase iguais

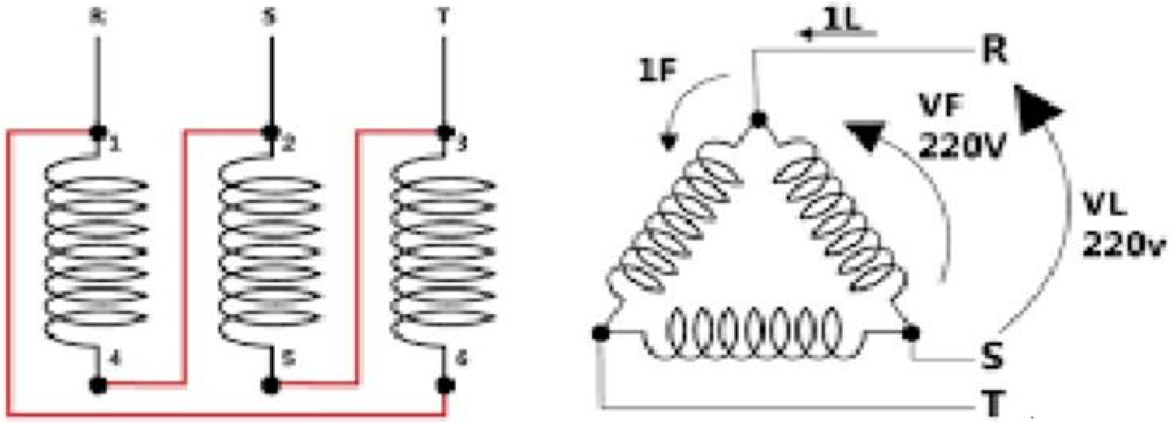
cargas equilibradas



Fechamento Estrela



Fechamento Triângulo



UFMG

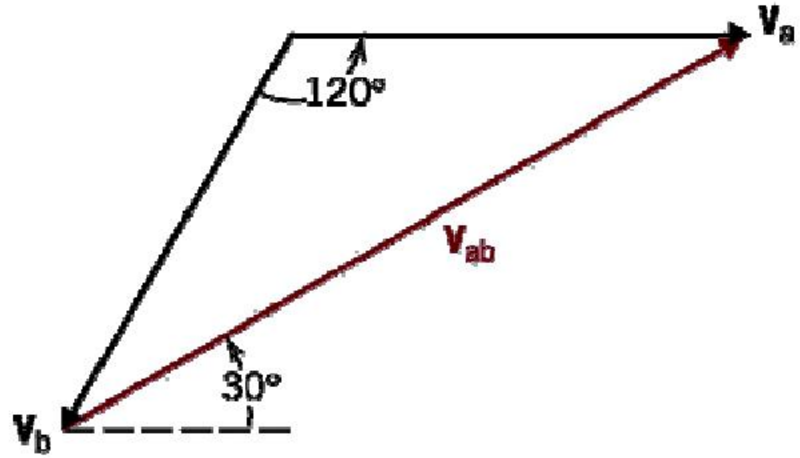
Circuitos Trifásicos Y

As tensões fase-fase do circuito conectado em Y são dadas por:

$$V_{ab} = V_a - V_b$$

$$V_{bc} = V_b - V_c$$

$$V_{ca} = V_c - V_a$$



$$\overset{0}{V}_{ab} = V_m e^{j0} - V_m e^{-j120} = \sqrt{3}\, V_m e^{j30}$$

$$\overset{0}{V}_{bc} = \sqrt{3}\, V_m e^{j-90}$$

$$\overset{o}{V}_{ca} = \sqrt{3}\, V_m e^{j-210}$$

Em um circuito em Y as tensões fase-fase são $\sqrt{3}$ vezes as tensões fase-neutro.

Circuitos Trifásicos - Exemplo

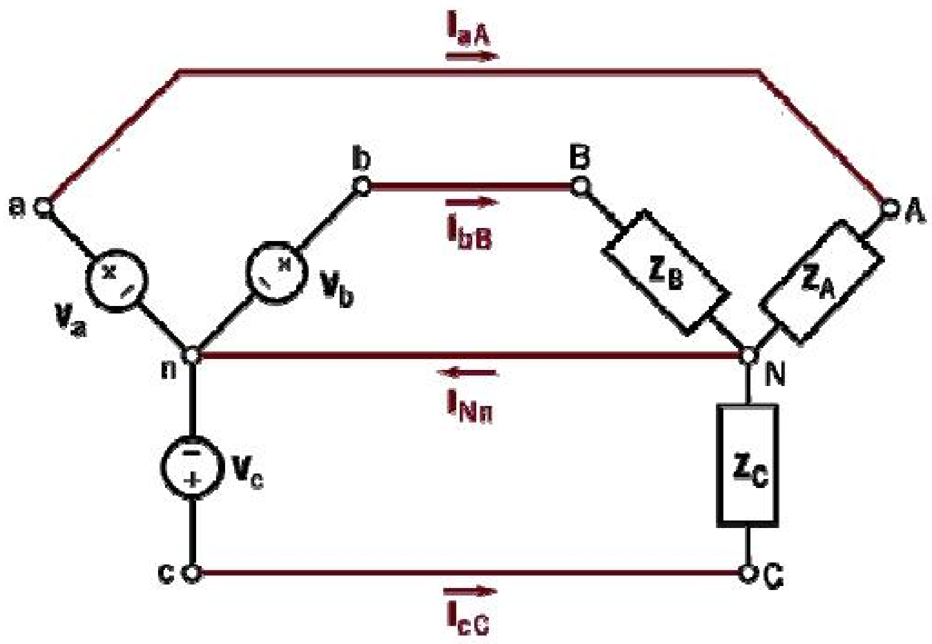
Uma fonte trifásica equilibrada conectada em Y possui

$$V_c = 120\angle -240^0$$

Encontre a tensão fase-fase V_{bc} .

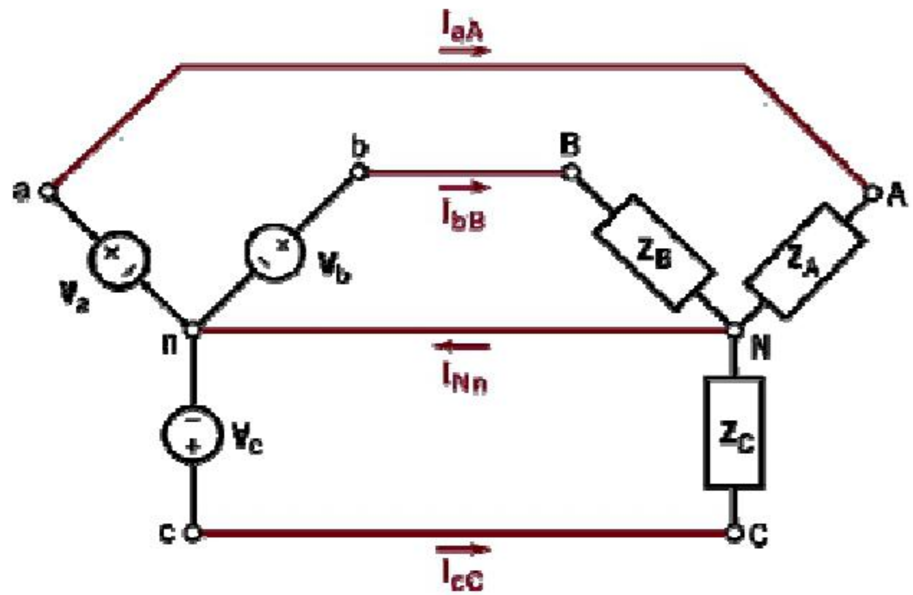
O Circuitos YY (4 fios)

Considere o circuito Y-Y mostrado:



Sistema trifásico a 4 fios :
Fonte trifásica conectada em Y
Carga trifásica conectada em Y
Conexão entre os neutros

O Circuito Y-Y (4 fios)



Para o circuito trifásico a 4 fios:

$$I_{aA} = \frac{V_a}{Z_A} \quad I_{bB} = \frac{V_b}{Z_B} \quad I_{cC} = \frac{V_c}{Z_C}$$

A corrente no neutro é:

$$I_{nN} = I_{aA} + I_{bB} + I_{cC} = \frac{V_a}{Z_A} + \frac{V_b}{Z_B} + \frac{V_c}{Z_C}$$

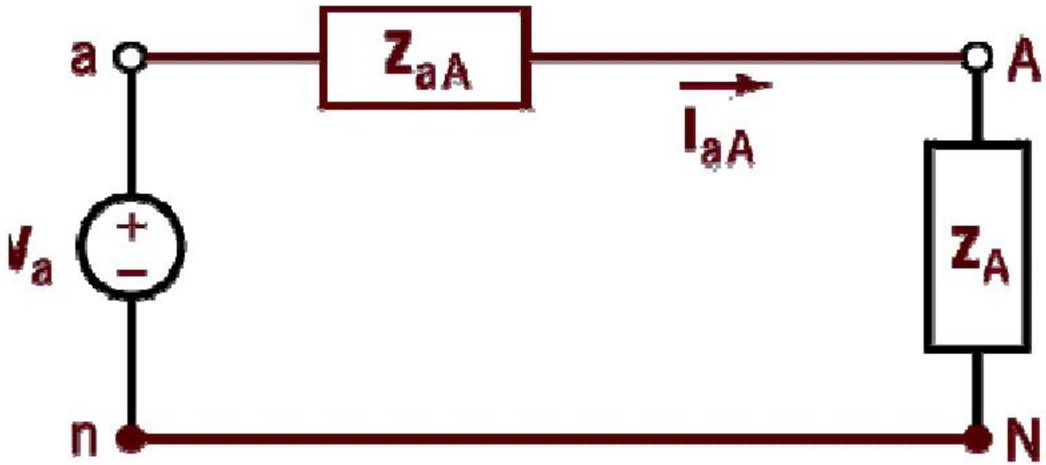
A potência média fornecida à carga é:

$$P = P_A + P_B + P_C$$

$P_A \rightarrow$ potência média absorvida pela impedância Z_A

Circuito Y-Y (4 fios)

- Não é necessário escrever a equação nodal para o nó N , uma vez que $V_{Nn} = 0$
- Pode-se resolver o circuito para apenas uma fase e encontrar as demais pelo simples deslocamento do ângulo de fase
- As potências podem ser obtidas para uma fase e multiplicadas por 3 para se obter as potências para o circuito



O Circuito Y-Y (4 fios)

Se $Z_A = Z_B = Z_C = Z$ dizemos que a carga é balanceada ou equilibrada.

Quando a fonte e a carga são equilibradas, $I_{nN} = 0$, ou seja, o fio neutro é dispensável!

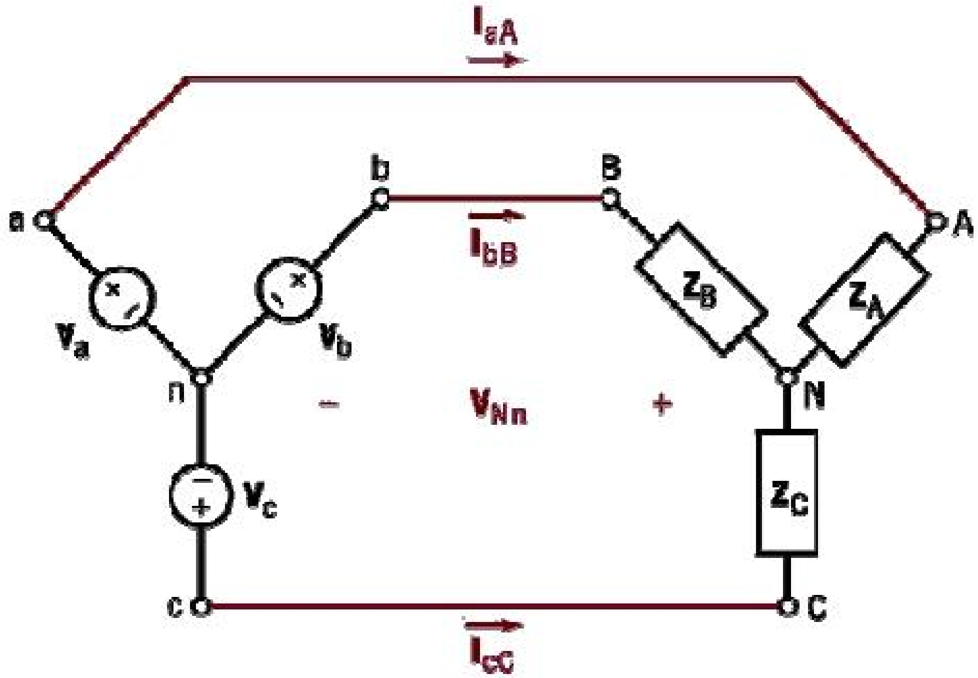
Para o circuito equilibrado, a potência média total pode ser

$$P = 3\frac{V^2}{Z}\cos(\theta)$$

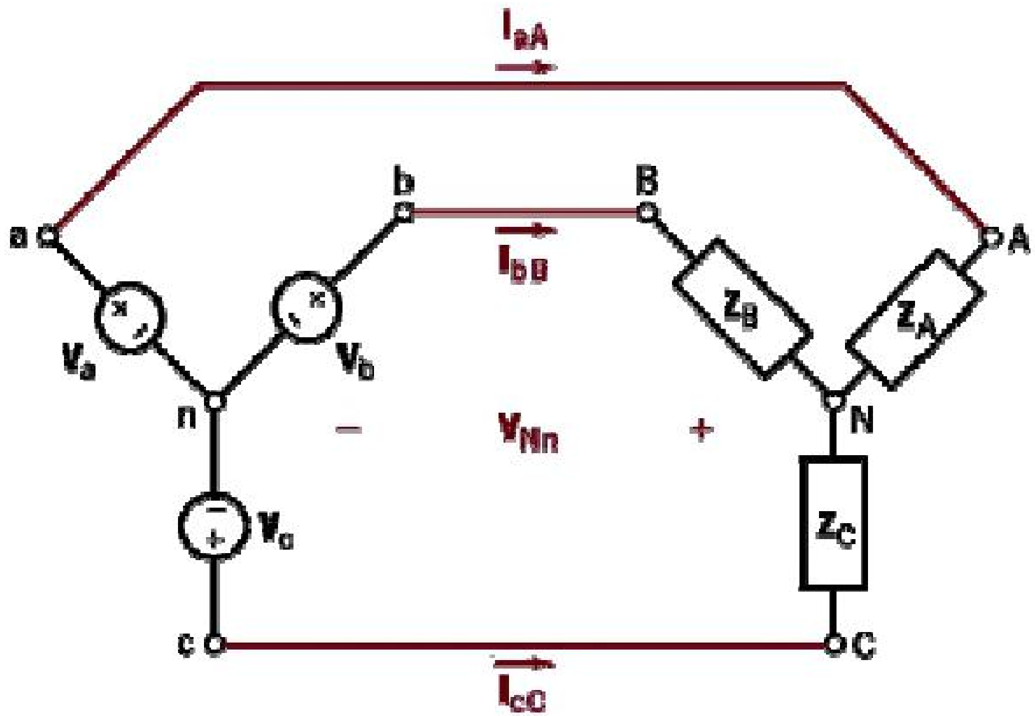
UFMG

Circuito YY (3 fios)

Sistema trifásico a 3 fios :
Fonte trifásica conectada em Y
Carga trifásica conectada em Y
Sem conexão entre os neutros



O Circuito Y-Y (3 fios)



Para o circuito trifásico a 3 fios, o primeiro passo é determinar a tensão V_{Nn} .

O Circuito Y-Y (3)

Para tanto:

- Toma-se a tensão do nó n como referência
- Escreve-se a equação nodal para o nó N

$$0 = \frac{V_a - V_{Nn}}{Z_A} + \frac{V_b - V_{Nn}}{Z_B} + \frac{V_c - V_{Nn}}{Z_C}$$

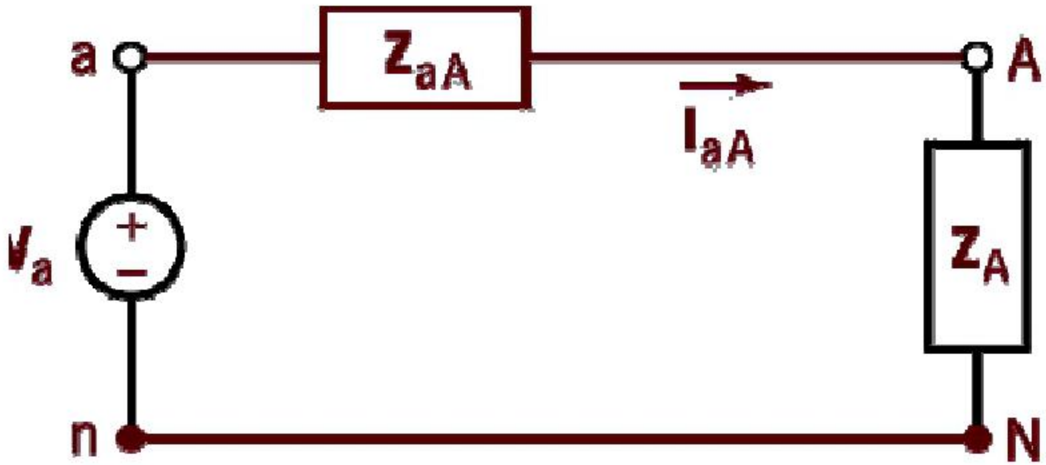
Após resolver a equação para V_{Nn}, pode-se obter as correntes, fazendo-se:

$$I_{aA} = \frac{V_a - V_{Nn}}{Z_a} \quad I_{bB} = \frac{V_b - V_{Nn}}{Z_b} \quad I_{cC} = \frac{V_c - V_{Nn}}{Z_c}$$

Circuito Y-Y (3 fios) Equilibrado

Para circuitos balanceados:

- Não é necessário escrever a equação nodal para o nó N , uma vez que $V_{Nn} = 0$
- Pode-se resolver o circuito para apenas uma fase e encontrar as demais pelo simples deslocamento do ângulo de fase
- As potências podem ser obtidas para uma fase e multiplicadas por 3 para se obter as potências para o circuito



O Circuitos Y-Y - Exemplos

Exemplo 1

Determine a potência complexa entregue à carga trifásica de um circuito Y-Y a 4 fios.

A fonte trifásica é equilibrada com valor eficaz de 110V rms . As impedâncias da carga são:

$$Z_A = 50 + j\,80\ \Omega \qquad Z_B = j\,50\ \Omega \qquad Z_C = 100 + j\,25\ \Omega$$

Exemplo 2

Determine a potência complexa entregue à carga trifásica de um circuito Y-Y a 4 fios.

A fonte trifásica é equilibrada com valor eficaz de 110V rms . As impedâncias da carga são:

$$Z_A = Z_B = Z_C = 50 + j\,80\ \Omega$$

Exemplo 3

Determine a potência complexa entregue à carga trifásica de um circuito Y-Y a 3 fios.

A fonte trifásica é equilibrada com valor eficaz de 110V rms . As impedâncias da carga são:

$$Z_A = 50 + j\,80\ \Omega \qquad Z_B = j\,50\ \Omega \qquad Z_C = 100 + j\,25\ \Omega$$

Exemplo 4

Determine a potência complexa entregue à carga trifásica de um circuito Y-Y a 3 fios.

A fonte trifásica é equilibrada com valor eficaz de 110V rms . As impedâncias da carga são:

$$Z_A = Z_B = Z_C = 50 + j\,80\ \Omega$$

O Circuito Trifásico em Delta

Geradores trifásicos são raramente (nunca) conectados em Δ :

- Não possibilita o ganho da tensão fase-fase em relação à tensão fase-neutro
- Pequenos desequilíbrios nas tensões geradas podem levar à circulação de grandes correntes no interior do Δ

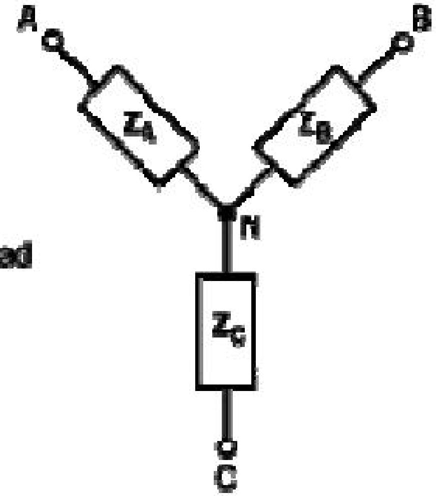
Transformadores podem ser considerados como geradores em Δ

As cargas poderão ser conectadas em Y ou Δ.

Transformações Y - Δ

É sempre possível transformar uma carga conectada em delta para uma carga equivalente conectada em Y e vice-versa.

Y-connected load



$$Z_A = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_B = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_C = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

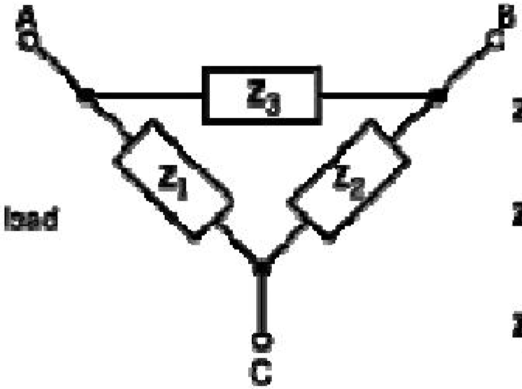
When

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_\Delta$$

then

$$Z_A = Z_B = Z_C = \frac{Z_\Delta}{3}$$

Δ-connected load



$$Z_1 = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C}{Z_B}$$

$$Z_2 = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C}{Z_A}$$

$$Z_3 = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C}{Z_C}$$

When

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z_Y$$

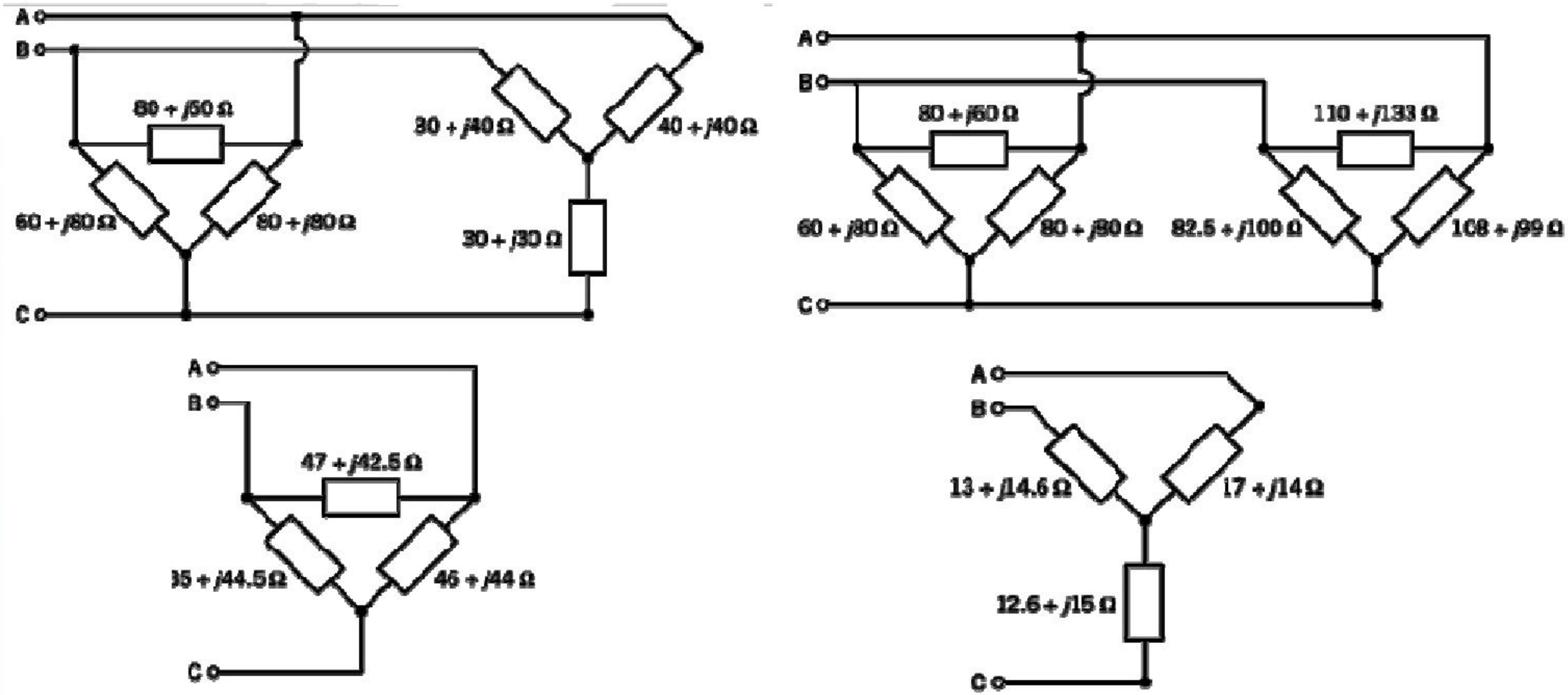
then

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = 3Z_Y$$

Transformações Y - Δ

Exemplo

Converta a carga mostrada abaixo em uma carga equivalente conectada em Y.



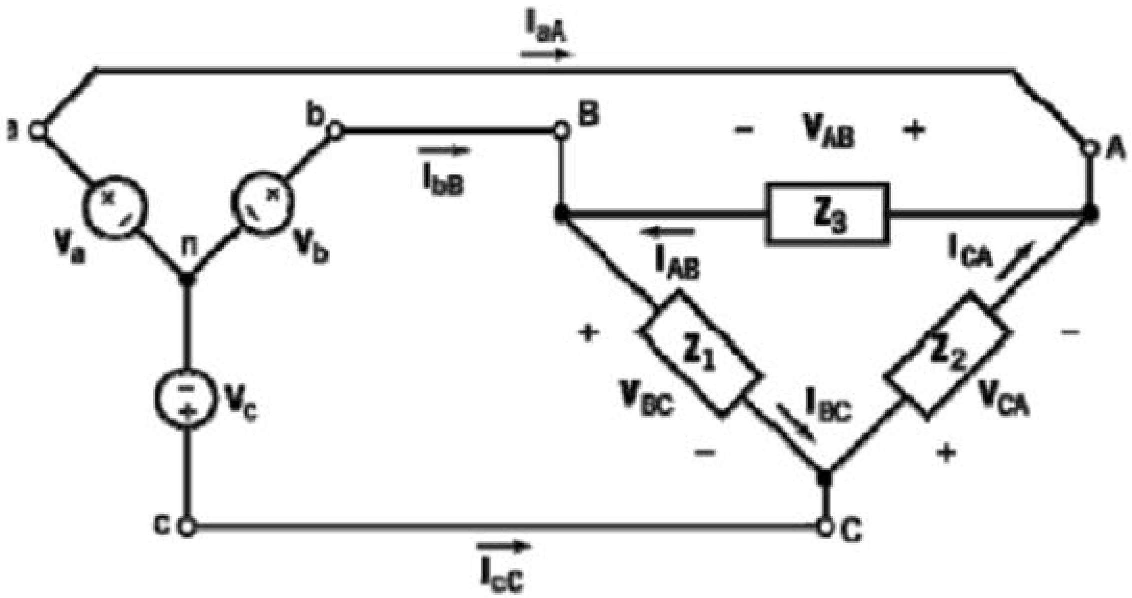
Nos casos nos quais a carga trifásica é balanceada, a transformação Y - Δ pode ser realizada de modo simplificado, fazendo-se:

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

Circuitos Trifásicos Y - Δ

Considere o circuito Y- Δ , mostrado.

Deseja-se conhecer as correntes de fase e de linha.



Aplicando-se a LKC para os nós da carga, tem-se:

$$I_{aA} = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_{bB} = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_{cC} = I_{CA} - I_{BC}$$

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_3} \qquad I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_1} \qquad I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_2}$$

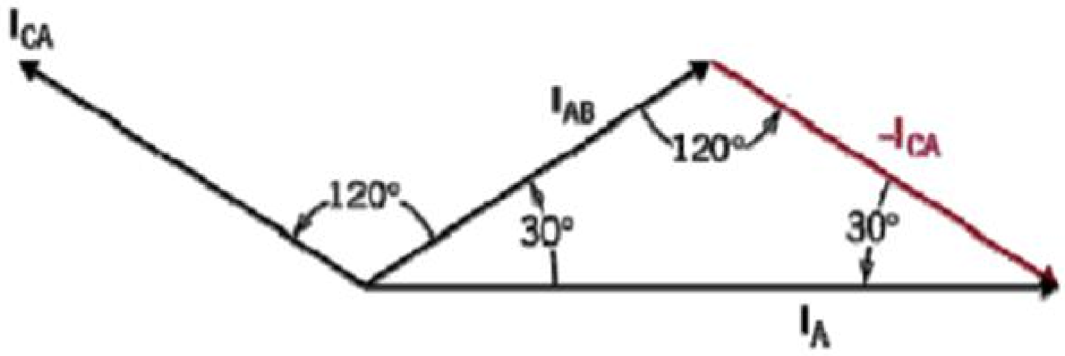
Quando a carga trifásica é balanceada, tem-se: $|I_L| = \sqrt{3}|I_F|$

Em um circuito em Δ as correntes de linha são $\sqrt{3}$ vezes as correntes de fase.

Circuitos Trifásicos Y - Δ

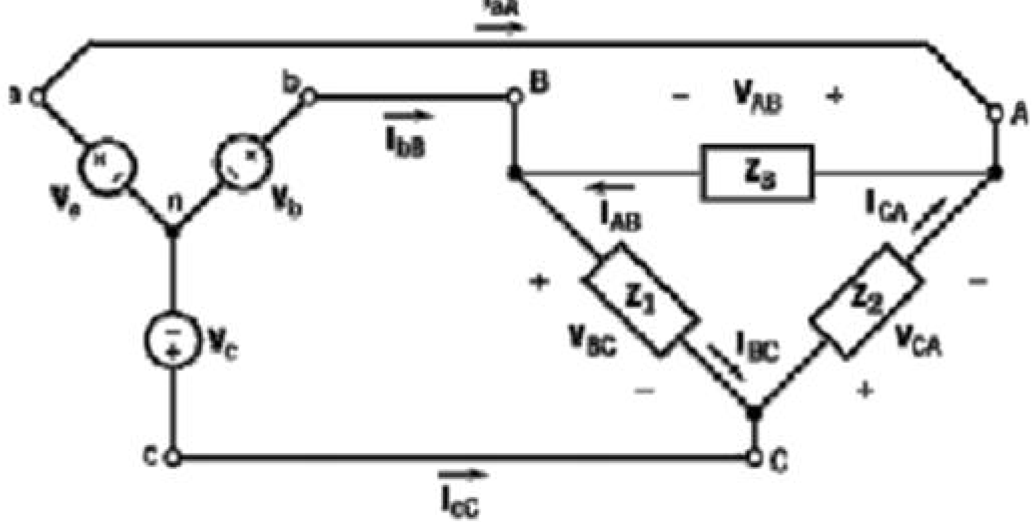
Em um circuito trifásico

balanceado em Δ , as correntes de linha estão atrasadas de 30 o das correntes de fase.



Exemplo

Determine as correntes de fase e de linha para o circuito trifásico mostrado. As tensões da fonte são:



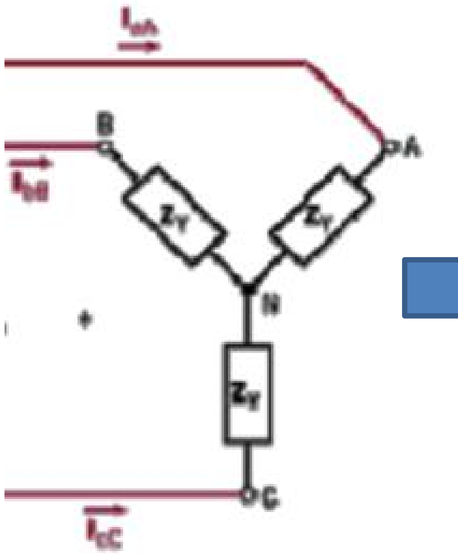
$$v_A = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -30 \quad V_{rms}$$

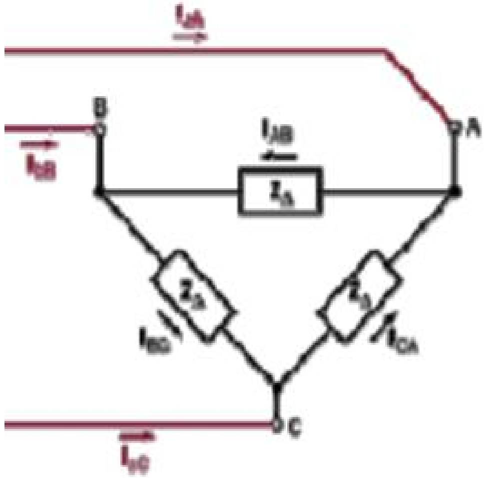
$$v_c = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle 90 \quad V_{rms}$$

$$v_B = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -150 \quad V_{rms}$$

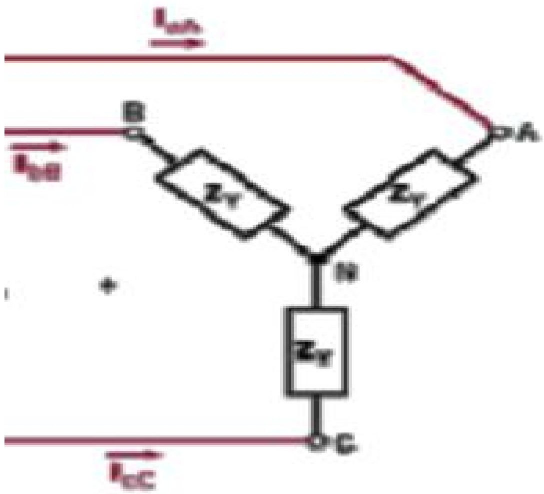
$$Z = 10 \angle 50 \ \Omega$$

Circuitos Desequilibrados





;

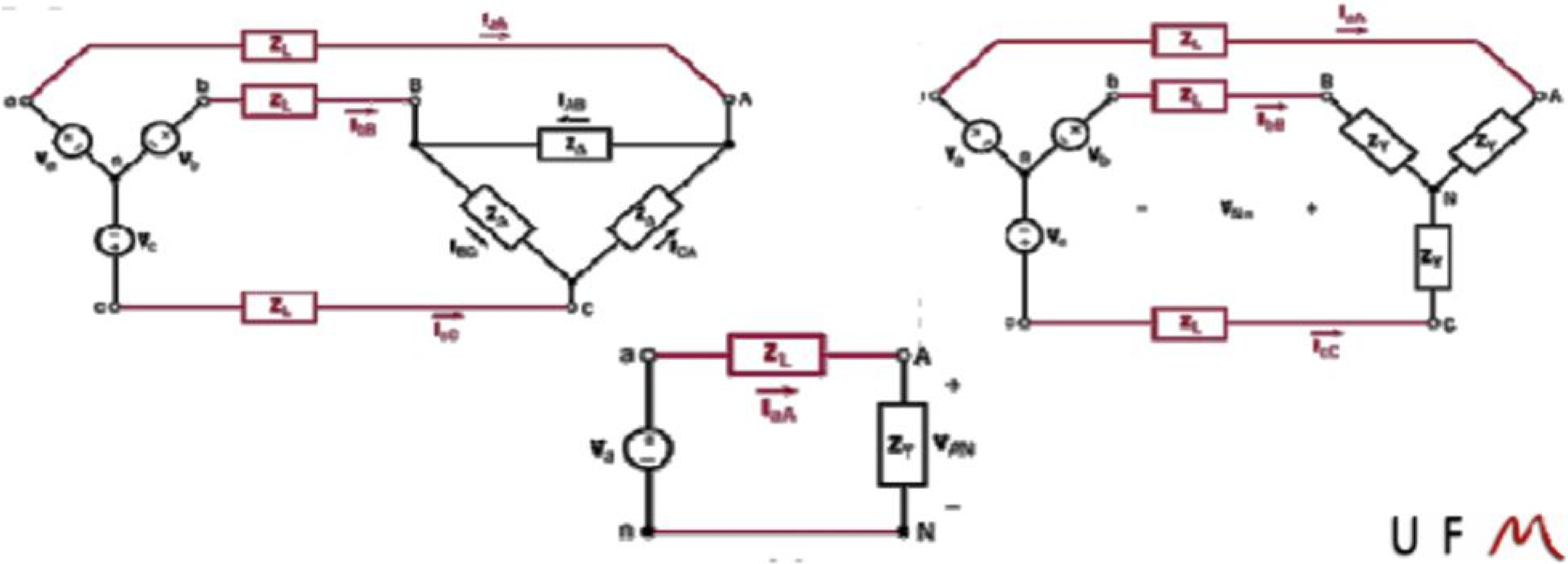


Circuitos Trifásicos Balanceados

Conforme visto anteriormente, um circuito em Δ pode sempre ser convertido para um circuito Y equivalente.

No caso de circuitos balanceados, é possível se encontrar um circuito monofásico equivalente, conhecido como circuito equivalente por fase .

A análise do circuito equivalente por fase nos permite conhecer as grandezas de interesse do circuito trifásico.



Potência Média e Instantânea em Circuitos Trifásicos

Uma das vantagens dos circuitos trifásicos sobre os monofásicos é o "suave" fluxo de energia para a carga.

Considere uma carga trifásica com resistência R . A potência instantânea será:

$$p(t) = \frac{V_{AB}^2(t)}{R} + \frac{V_{BC}^2(t)}{R} + \frac{V_{CA}^2(t)}{R}$$

Além disso: $V_{AB} = V.\cos(\omega t)$, $V_{BC} = V.\cos(\omega t - 120)$, $V_{AB} = V.\cos(\omega t)$, $V_{CA} = V.\cos(\omega t + 120)$

Aplicando-se a identidade trigonométrica:

$$\cos^2(a) = \frac{1+\cos(2\alpha)}{2}$$

Obtém-se:

$$p(t) = \frac{3V^2}{2R}$$

A potência trifásica instantânea entregue por uma fonte equilibrada a uma carga balanceada é constante!

Além disso, pode ser mostrado que a potência média em um circuito trifásico equilibrado é igual a 3 vezes a potência média em uma das fases. Deste modo:

$$\boxed{P_Y = 3\,P_A = 3\,V_F\,I_L\cos(\theta) = \sqrt{3}\,V_L\,I_L\cos(\theta)}$$

FIM

UFMG